

Aufgabenkatalog Analysis – Sommersemester 2019

Aufgaben zum Thema **Gebrochenrationale Funktionen**

DR. ANTON MALEVICH, LEONARD BECHTEL, JULIAN MAAS

Aufgabe 1 (1) *Asymptoten gebrochenrationaler Funktionen I*

Bestimmen Sie die Definitionsbereiche $D \subseteq \mathbb{R}$ sowie eventuelle senkrechte und waagerechte Asymptoten der folgenden gebrochenrationalen Funktionen $f_i : D_i \rightarrow \mathbb{R}$:

i) $f_1 = \frac{1}{x-1}$

v) $f_5 = \frac{x+1}{x^2-4}$

ii) $f_2 = \frac{1}{x+4} + 3$

vi) $f_6 = \frac{x}{x^2-6x+9}$

iii) $f_3 = \frac{1}{x^2+4x+4}$

vii) $f_7 = \frac{x-4}{x^2+2}$

iv) $f_4 = \frac{1}{x^2+1}$

viii) $f_8 = \frac{x^2}{x^3-1}$

Aufgabe 2 (1) *Asymptoten gebrochenrationaler Funktionen II*

Untersuchen Sie die folgenden gebrochenrationalen Funktionen $f_i : D_i \rightarrow \mathbb{R}$:

i) $f_1 = \frac{x+1}{x^2-4}$

v) $f_5 = \frac{2x-4}{x+3}$

ii) $f_2 = \frac{x}{x^3-4x^2+4x}$

vi) $f_6 = \frac{4-x}{x+1}$

iii) $f_3 = \frac{x-1}{x^3-x^2+x-1}$

vii) $f_7 = \frac{x^2+4x+4}{x^2-4x+4}$

iv) $f_4 = \frac{x^2-1}{x^3-1}$

viii) $f_8 = \frac{2x^2-4x+2}{x^2+4x+3}$

auf Definitionsbereiche, Achsenschnittpunkte, senkrechte/waagerechte Asymptoten, heb-
bare Definitionslücken und Vorzeichenwechsel. Fertigen Sie anschließend eine Skizze an.

Aufgabe 3 (1) *Asymptoten reeller Funktionen*

Bestimmen Sie die Definitionsbereiche $D \subseteq \mathbb{R}$ sowie eventuelle senkrechte und waagerechte Asymptoten der folgenden Funktionen $f_i : D_i \rightarrow \mathbb{R}$:

i) $f_1 = 2^{-x}$

iii) $f_3 = \log_2(-x)$

ii) $f_2 = 2^{-x^2}$

iv) $f_4 = \log_2(x^2)$

Aufgabe 4 (2) *Näherungskurven*

Bestimmen Sie die Definitionsbereiche $D \subseteq \mathbb{R}$ sowie eventuelle (schiefe) Asymptoten bzw. Näherungskurven der folgenden Funktionen $f_i : D_i \rightarrow \mathbb{R}$:

i) $f_1 = \frac{x^2}{x-3}$

iv) $f_4 = \frac{x^3-2x^2+x}{x^2+2x+1}$

ii) $f_2 = \frac{-x^2+1}{x+2}$

v) $f_5 = \frac{x^4+1}{4x}$

iii) $f_3 = \frac{x^2-2x-3}{2x-2}$

vi) $f_6 = \frac{-x^4+2}{2x^2}$

vii) $f_7 = \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{3x^2}$

viii) $f_8 = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{2x^2 + 2}$

Aufgabe 5 (2) *Bestimmung von Funktionsgleichungen*

Geben Sie eine möglichst einfache (gebrochen)rationale Funktion an, deren Graph...

- i) ... eine Nullstelle bei $x = 1$ und eine senkrechte Asymptote mit Vorzeichenwechsel bei $x = 3$ besitzt.
- ii) ... eine Nullstelle bei $x = 1$ und eine senkrechte Asymptote ohne Vorzeichenwechsel bei $x = 3$ besitzt.
- iii) ... eine Nullstelle bei $x = 0$ und zwei senkrechte Asymptoten mit Vorzeichenwechsel bei $x = -1$ und $x = 1$ besitzt.
- iv) ... die x-Achse bei $x = -1$ und die y-Achse bei $y = 1$ schneidet sowie eine senkrechte Asymptote mit Vorzeichenwechsel bei $x = -4$ besitzt.
- v) ... eine waagerechte Asymptote bei $y = 2$, eine senkrechte Asymptote mit Vorzeichenwechsel bei $x = -2$ besitzt.
- vi) ... eine schiefe Asymptote mit der Gleichung $y = x + 1$ und eine senkrechte Asymptote mit Vorzeichenwechsel bei $x = 1$ und eine Nullstelle bei $x = 3$ besitzt.
- vii) ... eine schiefe Asymptote mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + 1$, eine senkrechte Asymptote mit Vorzeichenwechsel bei $x = 1$ und eine Nullstelle bei $x = 3$ besitzt.
- viii) ... eine Näherungskurve mit der Gleichung $y = x^2 - 1$ und zwei senkrechte Asymptoten ohne Vorzeichenwechsel bei $x = -1$ und $x = 1$ besitzt.